Simulare, Bacalaureat, decembrie 2024
Proba E. c) Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2+\sqrt{24}-\log_2 8 = 2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $f(x)=2x-3$. Determinați $a\in\mathbf{R}$ știind că $f(1)=2a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}-5=0$.

5p **4.** După o reducere cu 10%, un obiect costă 99 lei. Calculați prețul obiectului înainte de reducere.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,4)$, $B(2,1)$ şi C simetricul lui B față de $O(0,0)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.

5p **6.** Arătați că $\sin 30^\circ + \cos 120^\circ = \cos 90^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & -5\\ 5 & 0\end{pmatrix}$, $B(a)=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & a\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det B(1)=3$.

5p **b)** Aflați $a\in\mathbf{R}$ astfel încât $\mathrm{B(a)}\cdot\mathrm{B(a)}=8I_2-A$.

5p **c)** Arătați că $\det(\mathrm{A}\cdot\mathrm{B(a)}-\mathrm{B(a)}\cdot\mathrm{A})\le 0$, oricare $a\in\mathbf{R}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy-3x-3y+12$, pentru orice $x,y\in\mathbf{R}$ **.**

5p **a)** Arătați că $1*(-2)=13$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție " $*$ ".

5p **c)** Determinați numerele naturale $\boldsymbol{n}$, pentru care $(n+2)*(n-1)\le 3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $f(\mathrm{x})=2x^3-9x^2+12x+1$

5p **a)** Arătați că $f'(x)=6(x-1)(x-2)$, $x\in\mathbf{R}$ **.**

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3-f(x)}{f'(x)}$

5p **c)** Arătați că $5\le f(x)\le 6$, oricare ar fi $x\in[1,2]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $f(\mathrm{x})=e^x+x^2+3$.

5p **a)** Calculați $\int\frac{f(x)-e^x}{x}\,dx,\ x\in\mathbf{R}$.

5p **b)** Determinați o primitivă $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ a funcției f, care verifică relația $F(0)=2$.

5p **c)** Arătați că orice primitivă a funcției $\boldsymbol{f}$ este convexă pe $(0,+\infty)$.

Simulare, Bacalaureat, 12 decembrie 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE *Simulare*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
• Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{24}=2\sqrt{6}$, $\log_2 8=3$	**2p**
	$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2+\sqrt{24}-\log_2 8=3-2\sqrt{6}+2+2\sqrt{6}-3=2$	**3p**
2.	$f(1)=2\cdot 1-3=-1\Rightarrow -1=2a$	**3p**
	$a=-\frac{1}{2}$	**2p**
3.	$\sqrt{2x-1}=5\Rightarrow 2x-1=25\Rightarrow 2x=26$	**3p**
	$x=13$, care verifică condiţia de existență $2x-1\geq 0$	**2p**
4.	$x-\frac{10}{100}x=99$	**3p**
	$x=110$	**2p**
5.	C simetricul lui B față de O $\Rightarrow$ O mijlocul lui BC are coordonatele $x_O=\frac{x_B+x_C}{2}\Rightarrow x_C=-2$,	**2p**
	$y_O=\frac{y_B+y_C}{2}\Rightarrow y_C=-1$, $C(-2,-1)$ $AC=AB=5$ $\Rightarrow$ ΔABC isoscel	**3p**
6.	$\cos 120^0=-\cos 60^0=-\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sin 30^0+\cos 120^0=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0=\cos 90^0$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det B(1)=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -1 & 1\end{vmatrix}=2\cdot 1-1\cdot(-1)=$	**3p**
	$2+1=3$	**2p**
b)	$B(a)\cdot B(a)=\begin{pmatrix}3 & 2+a\\ -2-a & a^2-1\end{pmatrix}$, $8I_2-A=\begin{pmatrix}3 & 5\\ -5 & 8\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}3 & 2+a\\ -2-a & a^2-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 5\\ -5 & 8\end{pmatrix}\Rightarrow a=3$	**2p**

c)	$A\cdot B(a)=\begin{pmatrix}15 & 5-5a\\ 10 & 5\end{pmatrix}$, $B(a)\cdot A=\begin{pmatrix}15 & -10\\ -5+5a & 5\end{pmatrix}$	2p
	$\det(A\cdot B(a)-B(a)\cdot A)=\begin{vmatrix}0 & 15-5a\\ 15-5a & 0\end{vmatrix}=0\cdot 0-(15-5a)^2=-(15-5a)^2\le 0$, $(\forall)\ a\in \boldsymbol{R}$	3p
2.a)	$1*(-2)=1\cdot(-2)-3\cdot 1-3\cdot(-2)+12=$	3p
	$=-2-3+6+12=13$	2p
b)	$(\forall)\ x\in \boldsymbol{R}, \exists!\ e\in \boldsymbol{R}$ a.î. $x*e=e*x=x$ Din $x*e=x\Rightarrow e=4$	3p
	$4*x=4\cdot x-3\cdot 4-3\cdot x+12=x$, $(\forall)\ x\in R\ \Rightarrow e=4$ este elementul neutru al legii “$*$ “	2p
c)	$(n+2)*(n-1)=(n+2)(n-1)-3(n+2)-3(n-1)+12=n^2-5n+7$	2p
	$n^2-5n+7\le 3\Rightarrow n^2-5n+4\le 0\Rightarrow n\in[1,4]\cap\mathbb{N}\Rightarrow n\in\{1,2,3,4\}$	3p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.a)	$f'(x)=6x^2-18x+12$	3p
	$=6(x^2-3x+2)=6(x-1)(x-2)$, $(\forall)\ x\in \boldsymbol{R}$	2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3-(2x^3-9x^2+12x+1)}{6(x-1)(x-2)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{9x^2-12x-1}{6x^2-18x+12}=$	2p
	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2\left(9-\frac{12}{x}-\frac{1}{x^2}\right)}{x^2\left(6-\frac{18}{x}+\frac{12}{x^2}\right)}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$	3p
c)	$f'(x)\le 0, \forall x\in[1;2]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1;2]$	2p
	$f(1)=6, f(2)=5, f(2)\le f(x)\le f(1), \forall x\in[1;2]\Rightarrow 5\le f(x)\le 6, \forall x\in[1;2]$	3p
2.a)	$\int\frac{f(x)-e^x}{x}dx=\int\frac{x^2+3}{x}dx=$	2p
	$=\int xdx+\int\frac{3}{x}dx=\frac{x^2}{2}+3\ln\lvert x\rvert+C$	3p
b)	$F(x)=\int f(x)dx=\int(e^x+x^2+3)dx=e^x+\frac{x^3}{3}+3x+C$	2p
	$F(0)=2\Rightarrow C=1\Rightarrow F(x)=e^x+\frac{x^3}{3}+3x+1$	3p
c)	*Fie* $F:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$ o primitivă a funcției f , $\boldsymbol{F'(x)=f(x), F''(x)=f'(x)=e^x+2x}$	2p
	$\boldsymbol{e^x>0, \forall x\in R; 2x>0, \forall x\in(0;+\infty)\Rightarrow F''(x)>0, \forall x\in(0;+\infty)\Rightarrow F(x)}$convexă pe $(0;+\infty)$	3p